

4 ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ ПОСТОЯННОГО ТОКА

Основа всей электротехники — постоянный ток. Усвоив основные понятия и законы постоянного тока, методы расчета электрических и магнитных цепей, несложно понять все остальное в области электротехники.

Для некоторых приемников постоянный ток является единственно возможным родом тока, а иногда его применение позволяет существенно улучшить технические и эксплуатационные свойства установок.

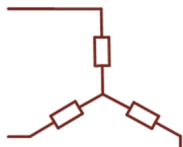
Электрическая энергия постоянного тока используется, например, для питания электролитических ванн, двигателей постоянного тока многих производственных механизмов и механизмов, различных устройств промышленной электроники, автоматики и т. д.

Электрическую энергию постоянного тока получают в настоящее время чаще всего из электрической энергии переменного тока с помощью полупроводниковых преобразовательных устройств - выпрямителей. Реже для этой цели используют генераторы, приводимые во вращение электрическими и неэлектрическими двигателями, аккумуляторы, гальванические элементы и термогенераторы.

4.1 Способы соединения источников и потребителей электрической энергии

В электрических цепях существует множество способов соединения источников и приемников энергии. Каждый способ отличается своими преимуществами и недостатками, свойствами и областью применения, имеют свои формулы для преобразования или расчета. К простейшим способам относятся последовательное и параллельное соединение, которые применяются практически в любой области электротехники. Ниже, в таблице 4.1 проиллюстрированы способы соединения и области их применения

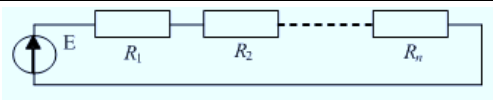
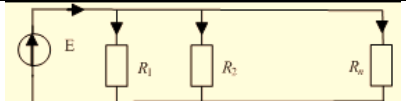
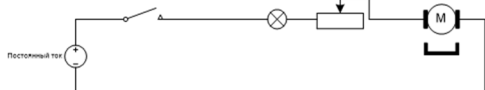
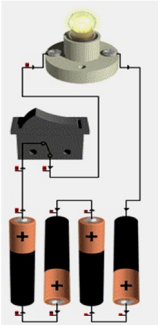
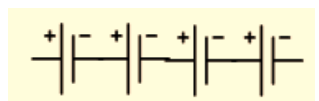
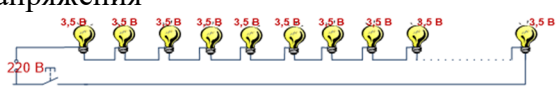
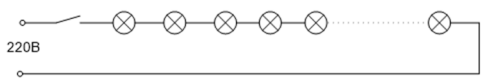
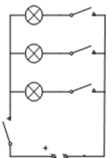
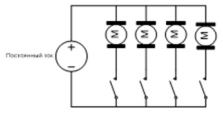
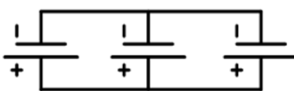
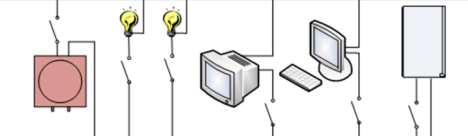
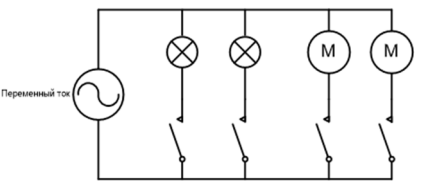
Таблица 4.1 – Способы соединения в электрических цепях

Вид соединения	Название	Область применения
	Последовательное соединение	В любых цепях
	Параллельное соединение	В любых цепях
	Смешанное (последовательное и смешанное) соединение	В любых цепях
	Соединение «звезда»	Обычно в цепях трёхфазного тока
	Соединение «треугольник»	Обычно в цепях трёхфазного тока
	Соединение «мост»	Выпрямительные, измерительные цепи и цепи сигнализации

К более сложным способам относятся: треугольник, звезда, мост, которые применяются в трёхфазных цепях, цепях измерений, сигнализации и выпрямления тока.

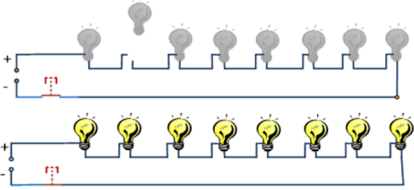
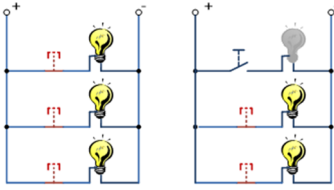
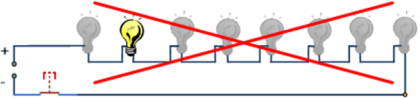
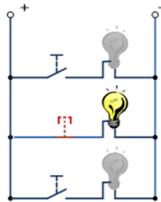
Рассмотрим более подробно простейшие виды соединения, поскольку любой сложный вид соединения можно разбить на участки, в которых элементы соединены простейшим способом. Изучение и сравнение последовательного и параллельного соединения проведем в форме таблицы 4.2

Таблица 4.2 - Сравнение последовательного и параллельного способов соединения

Последовательное	Параллельное
Определение, вид соединения.	
	
При последовательном соединении, элементы цепи соединяются друг за другом, при этом к концу одного элемента подключается начало другого.	При параллельном соединении все начала элементов подключаются к одной точке цепи, а все концы - к другой точке цепи.
Области применения простейших способов соединения	
1. Соединение разнородных участков цепи. Например: Источник тока – выключатель – лампочка – регулятор – двигатель...  1. Включение источников энергии для увеличения напряжения на выходе.   $U_{\text{ВЫХ}} = U_{\text{ВЫХ1}} + U_{\text{ВЫХ2}} + U_{\text{ВЫХ3}} + U_{\text{ВЫХ4}}$ 2. Включение потребителей низкого напряжения в сеть более высокого напряжения  	1. Соединение однородных элементов цепи:    2. Включение источников энергии для увеличения мощности на выходе без увеличения напряжения:  $U_{\text{ВЫХ}} = U_{\text{ВЫХ1}} = U_{\text{ВЫХ2}} = U_{\text{ВЫХ3}}$ $P_{\text{ВЫХ}} = P_1 + P_2 + P_3$ 3. Включение потребителей с равным номинальным напряжением в сеть с тем же, по значению напряжением.  



Чему равны ЭДС и внутреннее сопротивление батареи при последовательном соединении источников тока?
Чему равны ЭДС и внутреннее сопротивление батареи при параллельном соединении источников тока?

Преимущества (+) и недостатки (-) способов	
Последовательное	Параллельное
– Зависимость работы цепи от работы каждого элемента цепи; 	+ Независимость работы цепи от работы остальных исправных элементов цепи; 
– Невозможность индивидуальной работы элементов; 	+ Возможность индивидуальной работы любого элемента; 
+ Включения в одну цепь потребителей с разным номинальным напряжением.	± Условие включения: $U_{потря} = U_{сети}$
Соотношения для токов, напряжений, сопротивления и мощности.	
Напряжение: $U_{ВХ} = U_1 + U_2 + U_3 + \dots + U_n$ Ток: В неразветвленной цепи на любом участке течет один и тот же ток т.е.: $I_1 = I_2 = I_3 = \dots = I_n$; По 2-у закону Кирхгофа: $*E = IR_1 + IR_2 + \dots + IR_n$ или $IR_{ЭКВ} = I(R_1 + R_2 + \dots + R_n)$ Сопротивление: $R_{ЭКВ} = R_1 + R_2 + \dots + R_n$ $R_{ЭКВ} = \Sigma R_i$. Мощность: умножим обе части уравнения (*) на I, получим: $IE = I^2R_1 + I^2R_2 + \dots + I^2R_n$ или $IU_{ВХ} = IU_1 + IU_2 + IU_3 + \dots + IU_n$ $P_{ВХ} = P_1 + P_2 + P_3 + \dots + P_n$	Напряжение : $U_{ВХ} = U_1 = U_2 = U_3 = \dots = U_n = U$ Ток : по закону Ома токи в каждой ветви: $I_1 = \frac{E}{R_1}; I_2 = \frac{E}{R_2}; I_n = \frac{E}{R_n}$. по первому закону Кирхгофа общий ток: $**I_{общ} = I_1 + I_2 + \dots + I_n$; запишем уравнение используя закон Ома: $\frac{E_{ВХ}}{R_{ЭКВ}} = \frac{E}{R_1} + \frac{E}{R_2} + \dots + \frac{E}{R_n}$ или $\frac{1}{R_{ЭКВ}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n}$; $g_{ЭКВ} = g_1 + g_2 + \dots + g_n$; Мощность: умножим обе части уравнения (**) на U, получим: $IU_{ВХ} = IU_1 + IU_2 + IU_3 + \dots + IU_n$ или $P_{ВХ} = P_1 + P_2 + P_3 + \dots + P_n$
Краткие выводы:	
Напряжение и ток поданные на электрическую цепь, распределяются в ней в зависимости от способа соединения элементов. Но независимо от способа соединения потребителей энергии, цепь потребляет из сети мощность равную сумме мощностей всех потребителей. Смешанное соединение – комбинация первых двух соединений.	
Сокращенные формулы	
Если все резисторы имеют одинаковые сопротивления, т.е. $R_1 = R_2 = \dots = R_n$ то:	
$R_{ЭКВ} = R_1 \cdot n$	$R_{ЭКВ} = \frac{R_1}{n}$
	Если параллельно включены 2 резистора то:
	$R_{ЭКВ} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$



Чему равно общее сопротивление последовательно соединенных проводников?
Чему равно общее сопротивление параллельно соединенных проводников?
Как распределяются токи в параллельно соединенных проводниках?

4.2 Расчет электрических цепей

4.2.1 Общие положения

Электрические цепи различаются не только по роду тока, способам соединения потребителей и их характеру, но и по числу и способу включения источников энергии.

В зависимости от этого, цепи постоянного тока можно разделить на **простые и сложные**.

Простой называется электрическая цепь с одним источником питания и любым способом соединения потребителей.

Если в электрической цепи сложной конфигурации, работают два и более источника энергии цепь относят в разряд **сложных**. Познакомимся с основными терминами, принятыми в электротехнике при анализе и расчете цепей.

Пусть задана цепь, изображенная на рисунке 4.1

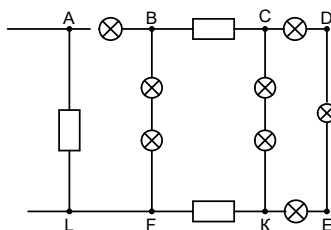


Рисунок 4.1а – Электрическая цепь.

Узел электрической цепи – это точка цепи в котором соединяются более двух проводов.

На представленной схеме: A, B, C, K, F(L), – узлы цепи.

Ветвь – участок цепи между двумя узлами, вдоль которого течет один и тот же ток.

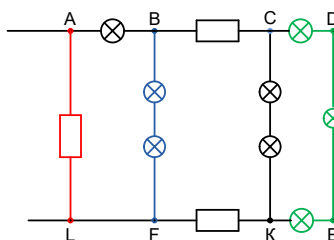


Рисунок 4.1б – Ветви электрической цепи

На рисунке 4.1-б в цепи: участки, AB, AL, BF, BC, CDEK, CK – ветви цепи.

Контур электрической цепи – это любой замкнутый путь, проходящий по нескольким ветвям. На рисунке 4.1(в) в рассматриваемой цепи указаны два контура ABFL и CDEK. Найдите остальные в этой цепи.

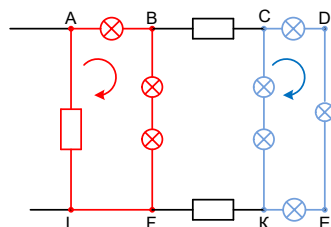


Рисунок 4.1в – Контуры электрической цепи

Основная цель расчета электрической цепи заключается в определении токов в её ветвях. Зная ток, нетрудно определить напряжения и мощности ветвей и отдельных элементов в электрической цепи.

Значения токов, напряжений, мощности дают возможность оценить условия и эффективность работы оборудования, приборов и аппаратов на всех участках электрической цепи,

выбрать соответствующие току токопроводы, определить потери и потребление электроэнергии на всех участках.

4.2.2 Законы Кирхгофа

Для расчета электрических цепей наряду с законом Ома применяются два закона Кирхгофа, являющиеся следствиями физических законов из группы законов сохранения.

Первый закон Кирхгофа

Первый закон Кирхгофа применяется к узлам электрических цепей и формулируется следующим образом:

Алгебраическая сумма токов любого узла электрической цепи, равна нулю:

$$\sum I_i = 0 \quad 4.1$$

В эту сумму токи входят с разными знаками в зависимости от направления их по отношению к узлу. На основании первого закона Кирхгофа для каждого узла можно составить уравнение токов. На пример, для точки *B* схемы рисунке 4.1.а такое уравнение имеет вид:

$$I_{AB} - I_{BF} - I_{BC} = 0 \quad 4.2$$

В этом уравнении токи, направленные к узлу, условно взяты положительными, а токи, направленные от узла, — отрицательными. Можно записать по другому:

$$I_{AB} = I_{BF} + I_{BC} \quad 4.3$$

Уравнение позволяет дать другую формулировку первого закона Кирхгофа:

Сумма токов, втекающих в узел электрической цепи, равна сумме токов, вытекающих из узла.

Этот закон следует из закона сохранения электрического заряда и соответствует принципу непрерывности электрического тока. Если допустить преобладание в узле токов одного направления, тогда в узле должен накапливаться заряд одного знака, а потенциал узловой точки непрерывно изменяться, что в реальных цепях не наблюдается.

Второй закон Кирхгофа

Второй закон Кирхгофа применяется к контурам электрических цепей:

В контуре электрической цепи алгебраическая сумма напряжений на его ветвях равна нулю:

$$\sum U_i = 0 \quad 4.3$$

Или по другому: Сумма ЭДС входящих в контур равна сумме падений напряжений на элементах данного контура:

$$\sum E_i = \sum I_i \cdot R_j \quad 4.4$$

Другим контурам соответствуют другие уравнения, которые не трудно написать, не прибегая к выражениям потенциалов точек контура.

При этом положительными считаются токи и ЭДС, направление которых совпадает с направлением обхода контура.

4.2.3 Преобразование сопротивлений звезды и треугольника

Мы уже знаем что пассивные элементы в электрических цепях соединяют не только последовательно или параллельно. Во многих схемах можно выделить группы из трех элементов, образующих треугольник или звезду сопротивлений.

При расчете подобных цепей упрощение схем выполняют известным методом эквивалентных сопротивлений, но предварительно проводят преобразование треугольника сопротивлений в эквивалентную звезду или наоборот.

Треугольник и звезда сопротивлений

Рассмотрим в качестве примера схему рисунок 4.2, а, которая применяется для измерения сопротивлений (схема моста Уитстона).

В этой схеме нет элементов, соединенных последовательно или параллельно, но имеются замкнутые контуры из трех сопротивлений (треугольник сопротивлений), причем точки, разделяющие каждую пару смежных сопротивлений, являются узловыми.

К узловым точкам **авс** присоединен треугольник сопротивлений R_{ab} , R_{bc} , R_{ca} . Его можно заменить эквивалентной трехлучевой звездой сопротивлений R_a , R_b , R_c (на рисунке изображены штриховыми линиями), присоединенных, с одной стороны, к тем же точкам **авс** а с другой — в общей (узловой) точке **е**.

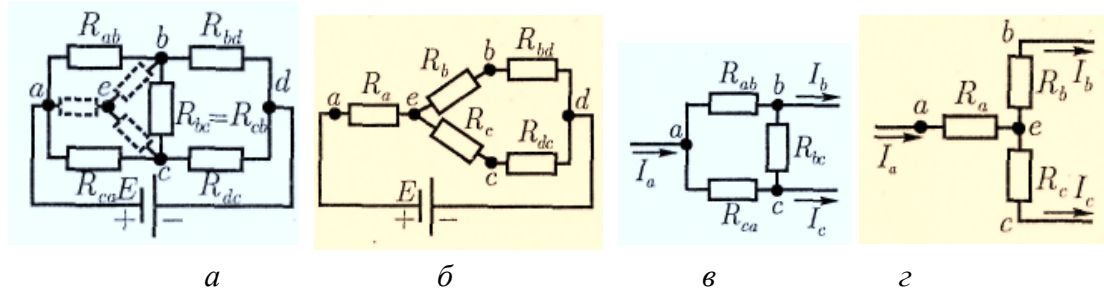


Рисунок - 4.2 - Схема моста Уитстона:

а-г – преобразование схемы

Смысл замены становится понятным при рассмотрении эквивалентной схемы на рисунке б, где сопротивления R_b и R_{bd} соединены между собой последовательно, так же как и сопротивления R_c и R_{dc} .

Две ветви между узловыми точками **е** и **д** с этими парами сопротивлений соединены параллельно. Соответствующими преобразованиями схему можно привести к простейшему виду.

Преобразование треугольника сопротивлений в эквивалентную звезду

Замена треугольника сопротивлений эквивалентной звездой и наоборот осуществляется при условии, что такая замена не изменяет потенциалов узловых точек **авс**, являющихся вершинами треугольника и эквивалентной звезды.

Одновременно предполагают, что в остальной части схемы, не затронутой преобразованием, режим работы не изменяется (не изменяются токи, напряжения, мощности). Для доказательства возможности перехода от треугольника к звезде и наоборот рассмотрим схемы рисунке 4.2 (в, г).

Эти схемы остаются эквивалентными для всех режимов, в том числе и для режима, при котором $I_a = 0$, что соответствует обрыву общего провода, ведущего к точке **а**. В этом случае в схеме треугольника между точками **б** и **с** включены параллельно две ветви с сопротивлениями R_{bc} и $R_{ab} + R_{ca}$.

Общее сопротивление между этими точками:

$$\frac{R_{bc}(R_{ab} + R_{ca})}{R_{bc} + R_{ab} + R_{ca}} \quad 4.5$$

В схеме звезды между точками **б** и **с** включены последовательно сопротивления R_b и R_c . Общее сопротивление между этими точками $R_b + R_c$.

По условиям эквивалентности напряжение между точками **б** и **с** и токи I_b и I_c в обеих схемах должны быть одинаковыми. Следовательно, и сопротивления между точками **б** и **с** в обеих схемах одинаковы, т.е.

$$R_b + R_c = \frac{R_{bc}(R_{ab} + R_{ca})}{R_{ab} + R_{bc} + R_{ca}} \quad 4.6$$

Полагая $I_b = 0$, а затем $I_c = 0$, получим

$$R_c + R_a = \frac{R_{ca}(R_{bc} + R_{ab})}{R_{ab} + R_{bc} + R_{ca}} \quad 4.7$$

$$R_a + R_b = \frac{R_{ab}(R_{bc} + R_{ca})}{R_{ab} + R_{bc} + R_{ca}} \quad 4.8$$

Совместное решение трех полученных уравнений приводит к следующим выражениям, которые служат для определения сопротивлений трехлучевой звезды по известным сопротивлениям эквивалентного треугольника:

$$R_a = \frac{R_{ab} \cdot R_{ca}}{R_{ab} + R_{bc} + R_{ca}} \quad 4.9$$

$$R_b = \frac{R_{bc} \cdot R_{ab}}{R_{ab} + R_{bc} + R_{ca}} \quad 4.10$$

$$R_c = \frac{R_{bc} \cdot R_{ca}}{R_{ab} + R_{bc} + R_{ca}} \quad 4.11$$

Преобразование звезды сопротивлений в эквивалентный треугольник

Для расчета некоторых схем применяется преобразование трехлучевой звезды в эквивалентный треугольник, которое показано на рисунок 4.3, а, где схема взята такой же, как на рисунке 4.2, а.

При этом для определения параметров треугольника по заданным параметрам звезды пользуются формулами, которые записаны применительно к схемам рисунков 4.3, а, б:

$$G_{ab} = \frac{G_a G_d}{G_a + G_d + G_c} \quad 4.12$$

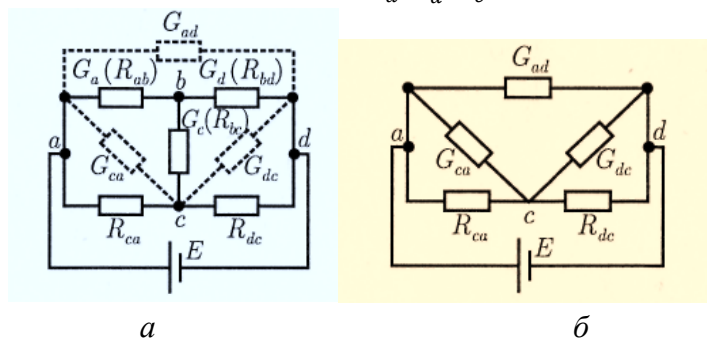


Рисунок – 4.3 Преобразование звезды в эквивалентный треугольник.

$$G_{dc} = \frac{G_d G_c}{G_a + G_d + G_c} \quad 4.13$$

$$G_{ca} = \frac{G_a G_c}{G_a + G_d + G_c} \quad 4.14$$

Где G_{ab} , G_{dc} , G_{ca} – проводимости сторон треугольника; G_a , G_d , G_c – проводимости лучей звезды.

Зная проводимости, нетрудно определить сопротивления треугольника, если это необходимо.



Вопросы для самоконтроля

Сформулируйте первое правило Кирхгофа.

Сформулируйте второе правило Кирхгофа.

Сформулируйте правило знаков при использовании правил Кирхгофа.

Что такое шунтирование?

УПРАЖНЕНИЯ 1

4.2.4 Расчет простых цепей постоянного тока.

В простых электрических цепях связь между ЭДС, напряжениями и токами описывается линейными уравнениями, поэтому расчет проводится аналитическими методами с обычными алгебраическими преобразованиями. Такие цепи рассчитываются методом эквивалентного сопротивления или «свёртывания», здесь же может использоваться метод преобразования звезды в треугольник и обратно, если в расчетной схеме можно выделить группу из трех элементов образующих соединение звезды или треугольника.

Решение задач по расчету цепи с одним источником энергии, требует знания методики определения эквивалентного сопротивления цепи при смешанном соединении резисторов, а также умения последующего разворота цепи и вычисление токов, и падение напряжений в каждом элементе. Рассмотрим метод свертывания цепи на типовом примере задачи.

Задача 4.1

На рисунке 4.4 задана электрическая цепь постоянного тока смешанного соединения, состоящая из 7 резисторов. Заданы значения сопротивлений резисторов, и одна из трех величин действующих на входе цепи: напряжение, входной ток, мощность. Исходные данные сведены в таблицу 4.3:

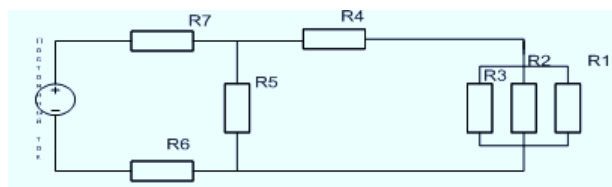


Рисунок 4.4 – Заданная электрическая цепь

Таблица 4.3а – Исходные данные для задачи 4.1

P	U	I	R ₁	R ₂	R ₃	R ₄	R ₅	R ₆	R ₇
Вт	В	А	Ом	Ом	Ом	Ом	Ом	Ом	Ом
?	240	?	10	20	60	9	30	2	4

Определить:

$R_{экв}$ – эквивалентное сопротивление цепи,

P – мощность потребляемую цепью, I_{ex} – силу тока на входе цепи, или напряжение источника, в зависимости от заданной величины,

U_i , I_i – токи и напряжения на всех элементах цепи, а также $W_{эл}$ – расход энергии за 8 часов работы цепи.

В ходе решения выполнить несколько проверок полученных результатов по законам Кирхгофа.

Задача относится к теме "Электрические цепи постоянного тока". Проводим поэтапное решение, предварительно обозначив стрелкой ток в каждом резисторе: индекс тока должен соответствовать номеру резистора, по которому он проходит.

Решение.

I. Определение эквивалентного сопротивления цепи:

Для определения эквивалентного сопротивления цепи применяется метод «свертывания» цепи.

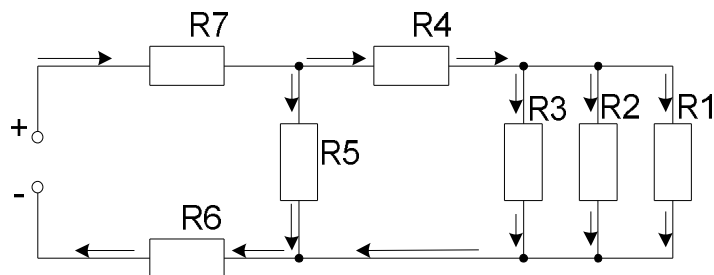


Рисунок 4.5(а) – Исходная заданная цепь.

Предполагаемое направление токов в элементах заданной цепи

Свёртывание цепи начинают с её конца. В данном случае с группы резисторов R_1 , R_2 и R_3 , включенных параллельно. При параллельном соединении складываются проводимости ветвей. Общее сопротивление группы определится как величина обратная суммарной проводимости:

$$R_{123} = \frac{1}{g_{123}};$$

Где:

$$g_{123} = g_1 + g_2 + g_3 = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} = \frac{1}{10} + \frac{1}{20} + \frac{1}{30} = \frac{6+3+1}{60} = \frac{10}{60} = \frac{1}{6} \text{ Ом}$$

$$R_{123} = 6 \text{ Ом}$$

Сейчас 3 резистора можно заменить одним - R_{1-3} .

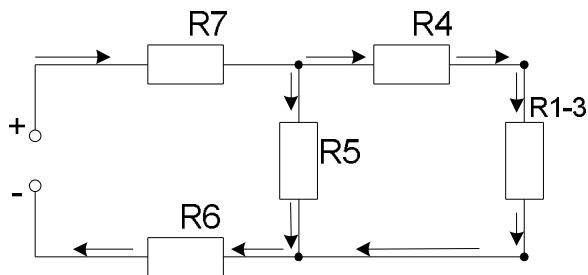


Рисунок 4.5 (б) – 1 шаг упрощения цепи.

2. В полученной цепи резисторы R_{1-3} и R_4 соединены последовательно. При последовательном соединении общее сопротивление определяется суммой номиналов резисторов:

$$R_{1-4} = R_{1-3} + R_4 = 6 + 9 = 15 \text{ Ом.}$$

Вновь преобразуем схему, заменив 2 резистора на один им эквивалентный:

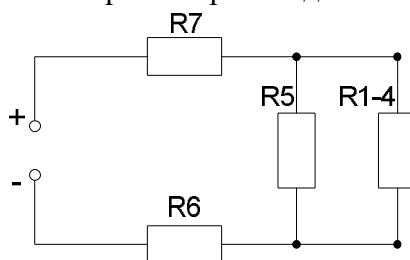


Рисунок 4.5 (в) – 2 шаг упрощения цепи.

3. В новой схеме легко заменить образовавшуюся пару с параллельным включением R_{1-4} и R_5 . Найдём их общее сопротивление, воспользовавшись формулой для двух параллельно включенных резисторов:

$$R_{\text{экв}} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = \frac{30 \cdot 15}{30 + 15} = 10 \text{ Ом}$$

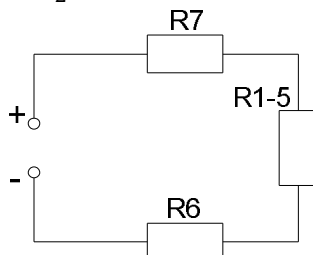


Рисунок 4.5 (г) – 3 шаг упрощения цепи.

4. После этого, схема преобразуется в схему цепи с простейшим соединением, а именно: R_7 , R_6 и R_{1-5} включены последовательно, и сумма этих сопротивлений является последним шагом в определении $R_{\text{экв}}$.

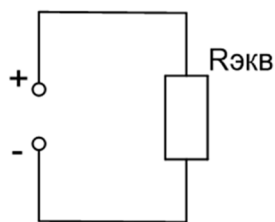


Рисунок 4.5 (д) – Упрощенная цепь.

$$R_{\text{экв}} = R_7 + R_6 + R_{1-5} = 4 + 2 + 10 = 16 \text{ Ом.}$$

II. Определение тока на входе цепи

Для этого воспользуемся законом Ома: $I = \frac{U}{R}$

Так как напряжение $U = 240 \text{ В}$ приложено ко всей цепи имеющей эквивалентное сопротивление – $R_{\text{экв}} = 16 \text{ Ом}$, тогда согласно закону Ома:

$$I_{\text{вх}} = \frac{U}{R_{\text{экв}}}$$

$$I_{\text{вх}} = \frac{U}{R_{\text{экв}}} = \frac{240}{16} = 15 \text{ А}$$

III. Расчет токов и напряжений в каждом элементе цепи.

Последний этап решения задачи начинается от входных зажимов, поэтому вернёмся к начальной схеме.

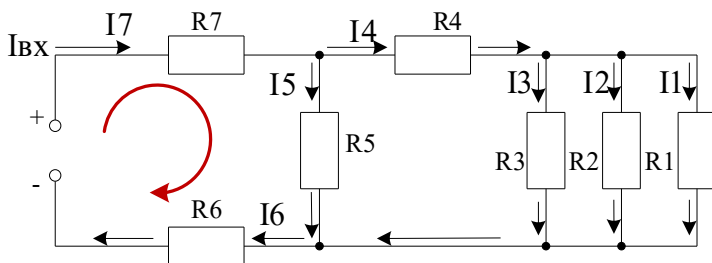


Рисунок 4.5(е) – Исходная заданная цепь. 1 контур

Запишем уравнение по 2-у закону Кирхгофа для первого от входных зажимов контура:

$$E = U_{\text{вх}} = I_7 \cdot R_7 + I_5 \cdot R_5 + I_6 \cdot R_6$$

Учитывая, что «входной» ток равен «выходному», имеем: $I_{\text{вх}} = I_7 = I_6 = 15 \text{ А}$, тогда, зная значение токов и величины сопротивлений, можно по закону Ома (для участка цепи) найти падения напряжения на резисторах R_7 и R_6 :

$$U_7 = I_7 \cdot R_7 = 15 \cdot 4 = 60 \text{ В.}$$

$$U_6 = I_6 \cdot R_6 = 15 \cdot 2 = 30 \text{ В.}$$

После чего, напряжение на R_5 можно определить из 2 закона Кирхгофа:

$$U_5 = U_{\text{вх}} - U_7 - U_6 = 240 - 60 - 30 = 150 \text{ В.}$$

Ток I_5 найдем по закону Ома: $I_5 = U_5 / R_5 = 150 / 30 = 5 \text{ А.}$

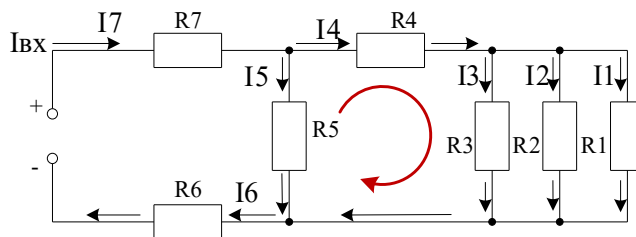


Рисунок 4.5(ж) – Исходная заданная цепь. 2 контур

В исходной цепи по 2-у закону Кирхгофа для 2-го контура имеем:

$$0 = U_4 + U_3 - U_5, \text{ где } U_3 = U_2 = U_1 = U_{123},$$

действительно, цепочка из резистора R_4 и группы R_{123} (R_1, R_2, R_3) включена параллельно резистору R_5 .

$$\text{Следовательно: } U_5 = (U_3 + U_4)$$

$$\text{Тогда: } U_3 + U_4 = 150 \text{ В.}$$

По 1 закону Киргофа запишем

$$\text{для узла А: } I_7 = I_5 + I_4,$$

$$\text{для узла В: } I_4 = I_1 + I_2 + I_3.$$

Найдем ток и напряжение на резисторе R_4 :

$$I_4 = I_7 - I_5 = 15 - 5 = 10 \text{ А; } U_4 = I_4 \cdot R_4 = 10 \cdot 9 = 90 \text{ В}$$

3.4 Так как R_1, R_2 и R_3 , включены параллельно, то напряжения на каждом из них одинаковые $U_1 = U_2 = U_3 = U_{123}$

$$U_{123} = U_5 - U_4 = 150 - 90 = 60 \text{ В.}$$

$$I_1 = U_{123} / R_1 = 60 : 10 = 6 \text{ А.}$$

$$I_2 = U_{123} / R_2 = 60 : 20 = 3 \text{ А.}$$

$$I_3 = U_{123} / R_3 = 60 : 60 = 1 \text{ А.}$$

Выполним проверку по первому закону Кирхгофа: $I_4 = I_1 + I_2 + I_3$.

$$10 \text{ А} = 6 \text{ А} + 3 \text{ А} + 1 \text{ А} \quad - \text{ равенство выполняется, следовательно, задача решена, верно.}$$

IV. Определение мощности и расхода энергии.

Мощность потребляемая цепью:

$$P = I \cdot U = 15 \cdot 240 = 3600 \text{ Вт}$$

$$\text{или } P = I^2 \cdot R_{\text{экв.}} = 15^2 \cdot 16 = 225 \cdot 16 = 3600 \text{ Вт}$$

Расход энергии цепью за восемь часов работы:

$$W_{\text{эл}} = P \cdot t = I \cdot U \cdot t = 15 \cdot 240 \cdot 8 = 28800 \text{ Вт} \cdot \text{ч} = 28,8 \text{ кВт} \cdot \text{ч}$$

Результаты расчета записать в таблицу:

Таблица 4.36 – Результаты расчета задачи 4.1

$R_{\text{экв}}$	$U_{\text{ВХ}}$	$I_{\text{ВХ}}$	U_1	I_1	U_2	I_2	U_3	I_3	U_4	I_4	U_5	I_5	U_6	I_6	U_7	I_7	P	W за 8 ч
Ом	В	А	В	А	В	А	В	А	В	А	В	А	В	А	В	А	кВт	кВт*ч
16	240	15	60	6	60	3	60	1	90	10	150	5	30	15	60	15	3,6	28,8

Важно!

Во избежание ошибочных представлений, необходимо отметить следующее. В электрической цепи всегда устанавливается ток I , при котором приложенное к цепи напряжение полностью уравнивается падением напряжения на последовательно соединённых участках, замыкающих контур с источником. Изменение или исключение сопротивления хотя бы одного из участков, сразу изменит картину распределения токов и напряжений на остальных участках цепи.



Вопросы для самоконтроля

Выполнить первую задачу из 1 контрольной работы.

4.3 Сложные цепи

Сложные цепи рассчитать ранее названным способом не удастся. Здесь применяется множество других методов, построенных на законах Кирхгофа и применяемых в зависимости от конфигурации анализируемой электрической цепи. Анализом электрической цепи называется определение токов и напряжений в её ветвях и отдельных элементах. Для анализа или расчета сложных электрических цепей существуют следующие методы:

- метод узловых и контурных уравнений,
- метод контурных токов,
- метод узлового напряжения,
- метод наложения токов,
- метод эквивалентного генератора и другие.

Каждый метод имеет ряд правил и условий расчета, применимых только к нему, но существуют и общие правила и допущения, составляющие основу для всех методов.

Если известны все ЭДС и сопротивления сложной цепи, то, применяя законы Кирхгофа, всегда можно составить столько независимых уравнений, сколько различных неизвестных токов имеется в этой цепи. Определение токов сводится, таким образом, к решению системы линейных уравнений.

Для получения необходимого числа независимых уравнений следует применить первый закон Кирхгофа ко всем узловым точкам, кроме одной, т. е. составить, пользуясь этим законом $(n-1)$ уравнений, если число узлов равно n . Недостающие уравнения должны быть составлены по второму закону Кирхгофа таким образом, чтобы каждое следующее уравнение не могло быть получено из предыдущих.

4.3.1 Правила и порядок расчета сложных цепей постоянного тока

Сложную цепь при помощи уравнений Кирхгофа целесообразно рассчитывать в следующей последовательности:

- по возможности упрощают расчетную схему (заменяв, например, несколько параллельно соединенных сопротивлений одним эквивалентным сопротивлением);
- наносят на схему известные направления всех ЭДС (всегда от минуса к плюсу внутри источника);
- задаются произвольными направлениями токов. Заданные направления ЭДС и условно принятые направления токов изображают стрелками;
- составляют уравнения по первому закону Кирхгофа для всех узловых точек схемы, кроме одной;
- составляют недостающие уравнения по второму закону Кирхгофа, обходя замкнутые контуры по часовой или против часовой стрелки. При этом ЭДС и токи, совпадающие с направлением обхода, принимаются положительными, а противоположные (т. е. встречные) этому направлению — отрицательными;
- решают составленную систему уравнений и определяют неизвестные токи.

Важно!

Если в результате расчета, значение тока получится со знаком минус, то это означает, что этот ток имеет направление противоположное тому, которое было условно принято для него в начале расчета.

Если в результате расчета сложной цепи получается, что у энергопреобразующего устройства (электрической машины или аккумулятора) фактическое направление тока совпадает с направлением действия его ЭДС, то это свидетельствует о том, что рассматриваемое устройство работает в качестве источника электроэнергии – генератор.

Если направление тока обратно направлению ЭДС, то это означает, что это устройство является электроприемником например, зарядным устройством.

УПРАЖНЕНИЯ 2

4.2.5 Расчет сложных цепей с несколькими ЭДС. Общие сведения

Чтобы поближе познакомиться с методами расчёта сложных цепей, рассмотрим решении одной и той же задачи различными методами. Пусть задана сложная цепь (рисунок 4.7) содержащая два источника ЭДС работающих на одну нагрузку в виде общего сопротивлением R_3 . Источники ЭДС имеют внутренние сопротивления R_1 , и R_2

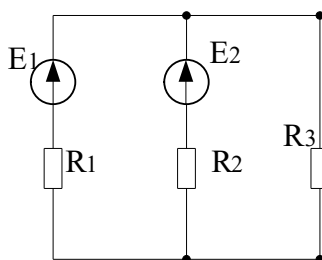


Рисунок 4.7(а) – Заданная для расчета сложная электрическая цепь постоянного тока.

4.2.6 Метод узловых и контурных уравнений

Этот метод самый универсальный, им можно пользоваться для расчета любых сложных цепей, любой конфигурации и с любым количеством источников ЭДС. Для решения задачи воспользуемся указанным ранее алгоритмом расчета.

Задача 4.2

Дано: $E_1 = 246$ В, $E_2 = 230$ В, $R_1 = 0,3$ Ом, $R_2 = 1$ Ом, $R_3 = 24$ Ом.

Найти: Значения токов во всех ветвях.

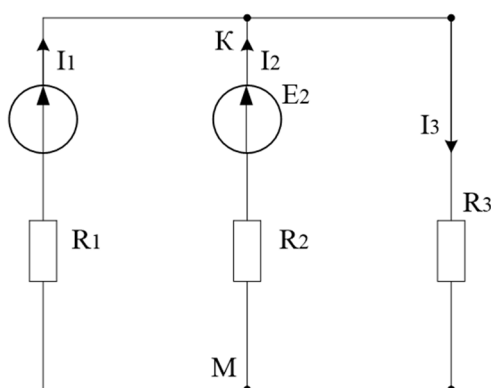


Рисунок 4.7 (б) – Предполагаемые направления токов.

Решение

В рассматриваемой цепи 2 узла: **К** и **М**, наблюдается три контура: два внутренних и один внешний.

Построим систему уравнений по правилам расчета:

У нас 3 неизвестных тока – значит нужно построить 3 уравнения. По первому закону Кирхгофа составляем $(n - 1)$ уравнений, где n – число узлов. В заданной схеме 2 узла: $n=2$, следовательно - по первому закону Кирхгофа можно построить 1 уравнение. Еще два уравнения построим по второму закону Кирхгофа, для этого выделим в схеме 2 контура:

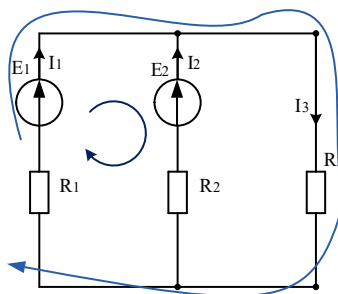


Рисунок 4.7 (в) – Выделение контуров для расчета

по 1 закону Кирхгофа для узла К: $I_1 + I_2 = I_3$.
 по 2 закону Кирхгофа: $E_1 - E_2 = I_1 R_1 - I_2 R_2$
 $E_1 = I_1 R_1 + I_3 R_3$.

Полученная система уравнений:

$$\begin{aligned} I_1 + I_2 &= I_3. \\ E_1 - E_2 &= I_1 R_1 - I_2 R_2 \\ E_1 &= I_1 R_1 + I_3 R_3. \end{aligned}$$

Подставим численные значения и решим систему:

$$\begin{aligned} I_1 + I_2 &= I_3. \\ 246 - 230 &= 0,3 I_1 - I_2. \\ 246 &= 0,3 I_1 + 24 I_3. \end{aligned}$$

Выразим из второго уравнения ток I_2 :

$$I_2 = 0,3 I_1 - 16.$$

Выразим из третьего уравнения ток I_3 :

$$I_3 = \frac{246}{24} - \frac{0,3 I_1}{24}.$$

Построим новое уравнение, заменив в 1 уравнении токи I_2 и I_3 выражениями полученными из 2 и 3 уравнений:

$$\begin{aligned} I_1 + I_2 &= I_3. \\ I_1 + 0,3 I_1 - 16 &= \frac{246}{24} - \frac{0,3 I_1}{24}. \\ I_1 + 0,3 I_1 + \frac{0,3 I_1}{24} &= \frac{246}{24} + 16. \end{aligned}$$

Или

$$\begin{aligned} 24(I_1 + 0,3 I_1) + 0,3 I_1 &= 246 + 16 \cdot 24 \\ 31,2 I_1 + 0,3 I_1 &= 630 \\ I_1 &= 630 : 31,5 = 20 \text{ А} \end{aligned}$$

Найдём остальные токи:

$$I_2 = 0,3 I_1 - 16 = 0,3 \cdot 20 - 16 = -10 \text{ А}.$$

$$I_3 = \frac{246}{24} - \frac{0,3 I_1}{24} = \frac{246 - 6}{24} = 10 \text{ А}.$$

Сделаем проверку по 1 уравнению:

$$20 - 10 = 10 \text{ А}$$

Результаты расчета: $I_1 = 20 \text{ А}$, $I_2 = -10 \text{ А}$, $I_3 = 10 \text{ А}$.

Выводы:

Ток во второй ветви получился отрицательным, следовательно, он течет в противоположную сторону, от предполагаемого в начале расчета. А источник второй ЭДС является не генератором, а потребителем – зарядным устройством.

4.2. 7 Метод контурных токов

Решим эту же задачу методом контурных токов.

При применении этого метода предполагают что в каждом контуре циркулирует свой ток. Контурные токи – виртуальные, они не существуют. Пусть в первом контуре циркулирует ток - I_1 , а во втором - I_2 .

Задача 4.3

Дано: $E_1 = 246 \text{ В}$, $E_2 = 230 \text{ В}$, $R_1 = 0,3 \text{ Ом}$, $R_2 = 1 \text{ Ом}$, $R_3 = 24 \text{ Ом}$.

Найти: Значения токов во всех ветвях.

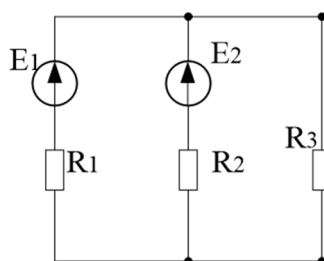


Рисунок 4.7(а) – Исходная заданная для расчета сложная электрическая цепь.

Решение

Введем обозначение: пусть реальные токи обозначены как: i_1, i_2, i_3 , а виртуальные токи, обозначим как: I_1, I_2 ; (рисунок 4.7(г))

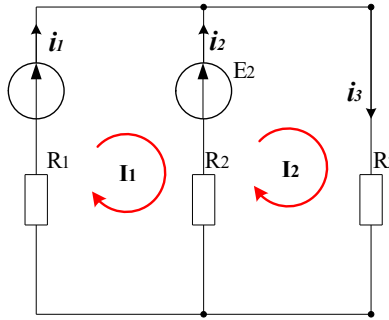


Рисунок 4.7(г) – Цепь для расчета методом контурных токов

Найдем связь между контурными и реальными токами:

1 ветвь: $i_1 = I_1$.

2 ветвь: $i_2 = I_2 - I_1$.

3 ветвь: $i_3 = I_2$.

И так, у нас 2 неизвестных контурных тока, следовательно, для решения нужны два уравнения.

Так как в понятии контура нет узлов, строим уравнения только по II закону Кирхгофа:

1 контур: $E_1 - E_2 = I_1 R_1 + I_1 R_2 - I_2 R_2$

2 контур: $E_2 = I_2 R_3 + I_2 R_2 - I_1 R_2$.

Введём численные значения

$$246 - 230 = 0,3I_1 + I_1 - I_2.$$

$$230 = 24I_2 + I_2 - I_1.$$

Выразим любой ток из любого уравнения, например I_2 из первого:

$$I_2 = 0,3I_1 + I_1 - 16 = 1,3I_1 - 16.$$

Сейчас запишем второе уравнение, подставляя вместо I_2 полученное для него выражение:

$$230 = 24I_2 + I_2 - I_1 = 25I_2 - I_1 = 25(1,3I_1 - 16) - I_1 \quad \text{или}$$

$$230 = 32,5I_1 - 400 - I_1$$

$$31,5I_1 = 630$$

$$I_1 = \frac{630}{31,5} = 20\text{A}.$$

$$\text{Найдем второй контурный ток: } I_2 = 1,3I_1 - 16 = 1,3 \cdot 20 - 16 = 26 - 16 = 10\text{A}$$

Перейдем к реальным токам:

$$i_1 = I_1 = 20\text{A}.$$

$$i_2 = I_2 - I_1 = 10 - 20 = -10\text{A}.$$

$$i_3 = I_2 = 10\text{A}.$$

Очевидно, что мы получили тот же результат и ток во второй ветви по-прежнему течет в противоположном направлении.

УПРАЖНЕНИЯ 3

4.2. 8 Метод узлового напряжения

Нам предстоит ещё раз решить эту задачу, применяя ещё один метод – метод узлового напряжения. Этот метод предпочтителен, если в цепи при множестве контуров и ветвей всего два узла.

Задача 4.4

Дано: $E_1 = 246 \text{ В}$, $E_2 = 230 \text{ В}$, $R_1 = 0,3 \text{ Ом}$, $R_2 = 1 \text{ Ом}$, $R_3 = 24 \text{ Ом}$.

Найти: Значения токов во всех ветвях.

Решая задачу этим способом, предполагают, что **все токи текут к одному узлу**. Как показано на рисунке 4.7(д):

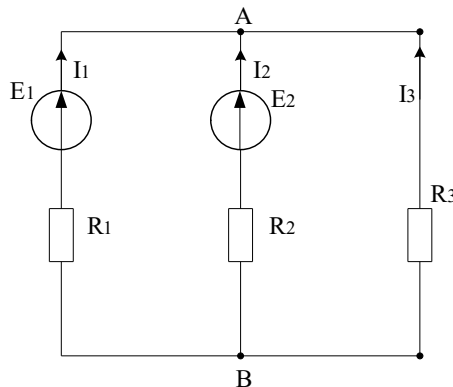


Рисунок 4.7(д) – Цепь для расчета узлового напряжения

Решение

Так как все ветви включены между двумя узлами, значит, имеем параллельное соединение и применяем все правила и формулы для параллельного соединения.

Тогда, узловое напряжение можно найти по закону Ома как:

$$U_{уз} = I \cdot R = \frac{I}{g}$$

Где: I – суммарный ток всех ветвей

g – суммарная проводимость параллельных ветвей.

Выразим суммарный ток суммой токов ветвей выраженных по закону Ома, как:

$$I_1 = \frac{E_1}{R_1} = E_1 \cdot g_1; \quad I_2 = \frac{E_2}{R_2} = E_2 \cdot g_2; \quad I_3 = \frac{E_3}{R_3} = E_3 \cdot g_3;$$

А проводимости ветвей через их сопротивления.

$$g_1 = \frac{1}{R_1}; \quad g_2 = \frac{1}{R_2}; \quad g_3 = \frac{1}{R_3};$$

После указанных операций напряжение между точками А и В определится как:

$$U_{AB} = \frac{\sum I}{\sum g} = \frac{E_1 \cdot g_1 + E_2 \cdot g_2 + E_3 \cdot g_3}{g_1 + g_2 + g_3}.$$

Или, учитывая что $E_3 = 0$:

$$U_{AB} = \frac{E_1 \cdot g_1 + E_2 \cdot g_2}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}};$$

$$U_{AB} = \frac{E_1 \cdot g_1 + E_2 \cdot g_2}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}} = \frac{246/0,3 + 230/1}{\frac{1}{0,3} + \frac{1}{1} + \frac{1}{24}} = \frac{820 + 230}{4,375} = \frac{1050}{4,375} = 240 \text{ В};$$

Сейчас остаётся найти токи ветвей по закону Ома для полной цепи:

$$I_1 = (E_1 - U_{AB})/R_1$$

$$I_2 = (E_2 - U_{AB})/R_2$$

$$I_3 = (E_3 - U_{AB})/R_3$$

Вычисление токов:

$$I_1 = \frac{(E_1 - U_{AB})}{R_1} = \frac{246 - 240}{0,3} = \frac{6}{0,3} = 20A$$

$$I_2 = \frac{(E_2 - U_{AB})}{R_2} = \frac{230 - 240}{1} = \frac{-10}{1} = -10A$$

$$I_3 = \frac{(E_3 - U_{AB})}{R_3} = \frac{0 - 240}{24} = \frac{-240}{24} = -10A$$

В отличие от предыдущих результатов, здесь ток I_3 имеет отрицательное значение, так как в начале решения этим методом мы приняли что все токи направлены к узлу А. Следовательно, мы получили абсолютно правильный ответ – этот ток течет в противоположном направлении.

4.2.9 Метод наложения токов

В этом методе используется утверждение, что каждый источник создает свой ток и в каждой ветви эти токи суммируются. Поэтому задача решается столько раз, сколько источников тока включено в электрическую цепь.

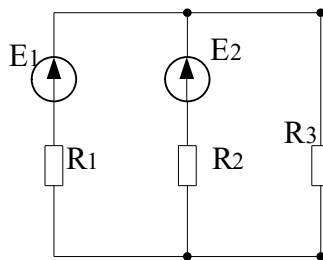


Рисунок 4.7(а) – Исходная заданная для расчета сложная электрическая цепь.

Задача 4.5

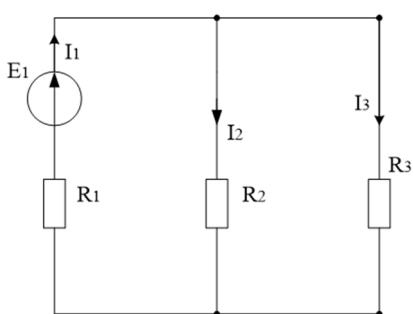
Дано: $E_1 = 246$ В, $E_2 = 230$ В, $R_1 = 0,3$ Ом, $R_2 = 1$ Ом, $R_3 = 24$ Ом.

Найти: Значения токов во всех ветвях.

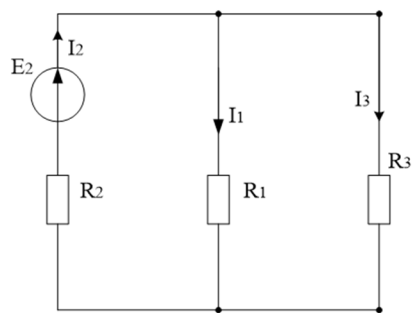
Решение

Здесь два источника, значит, задача решается 2 раза.

Каждый раз мы исключаем все источники кроме одного, рисунок 4.8 а и б, который считаем единственным на входе и решаем задачу также, как в случае простой цепи с одним источником, методом свертывания.



а – исключение источника №2



б – исключение источника №1

Рисунок 4.8 – Применение метода наложения токов

В итоге суммируем полученные значения токов обоих расчетов и определяем итоговое значение для тока каждой ветви:

$$I_1 = I'_1 + I''_1$$

$$I_2 = I'_2 + I''_2$$

$$I_3 = I'_3 + I''_3$$

Где токи I'_i - получены в первом расчёте, при наличии одного источника с E_1 ,

токи I''_i - получены в второго расчёта, при наличии одного источника с E_2 .

Порядок расчета

1. На основе исходной схемы составляют частные расчетные схемы (рисунок 4.8 а и б), в каждой из которых действует только одна ЭДС. Все другие ЭДС исключают и от каждого источника в схеме остается только его внутреннее сопротивление.

2. Любым подходящим методом определяют токи в частных схемах, которые чаще всего оказываются относительно простыми.

3 Для частных схем (рисунок 4.8 а и б) выражения для токов, найденные путем свертывания, совпадают с полученными ранее, которые были записаны ранее из уравнений Кирхгофа, например:

$$I'_1 = \frac{E_1}{R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}} = \frac{E_1(R_2 + R_3)}{R_2 R_1 + R_1 R_3 + R_2 R_3} = \frac{E_1(R_2 + R_3)}{A}$$

3. Алгебраическим сложением (наложением) частных токов определяют токи в исходной схеме. В рассматриваемом примере

$$I_1 = I'_1 - I''_1, \quad I_2 = -I'_2 + I''_2, \quad I_3 = I'_3 + I''_3$$

При определении общих токов необходимо правильно учесть направления частных токов: в исходной схеме намечают условно-положительные направления токов в ветвях. Частный ток считают положительным, если он направлен одинаково с положительным током в той же ветви исходной схемы. Частный ток противоположного направления считают отрицательным.

При таком подходе общие токи в ветвях исходной схемы могут получиться положительными или отрицательными. В последнем случае надо изменить направление тока и считать его положительным в дальнейших расчетах.

4.2.10 Метод эквивалентного генератора

В практических расчетах часто нет необходимости знать режимы работы всех элементов сложной цепи, но ставится задача исследовать режим работы одной определенной ветви.

Для определения тока, напряжения, мощности этой ветви можно воспользоваться одним из ранее описанных методов расчета.

При расчете сложной электрической цепи приходится выполнять значительную вычислительную работу даже в том случае, когда требуется определить ток в одной ветви. Объем этой работы в несколько раз увеличивается, если необходимо установить изменение тока, напряжения, мощности при изменении сопротивления данной ветви, так как вычисления нужно проводить несколько раз, задаваясь различными величинами сопротивления.

Решение такой задачи значительно упрощается при использовании метода эквивалентного генератора.

Обоснование метода

Суть этого метода заключается в следующем. Исследуемая ветвь с сопротивлением R_{ab} (рисунок 4.9, а) присоединяется к остальной части схемы (внутри прямоугольника А) в двух точках а и б. Эту часть схемы можно рассматривать относительно исследуемой ветви как источник с некоторой эквивалентной ЭДС $E_{\text{ЭКВ}}$ и некоторым эквивалентным внутренним сопротивлением $R_{\text{ЭКВ}}$ (рисунок 4.9, б).

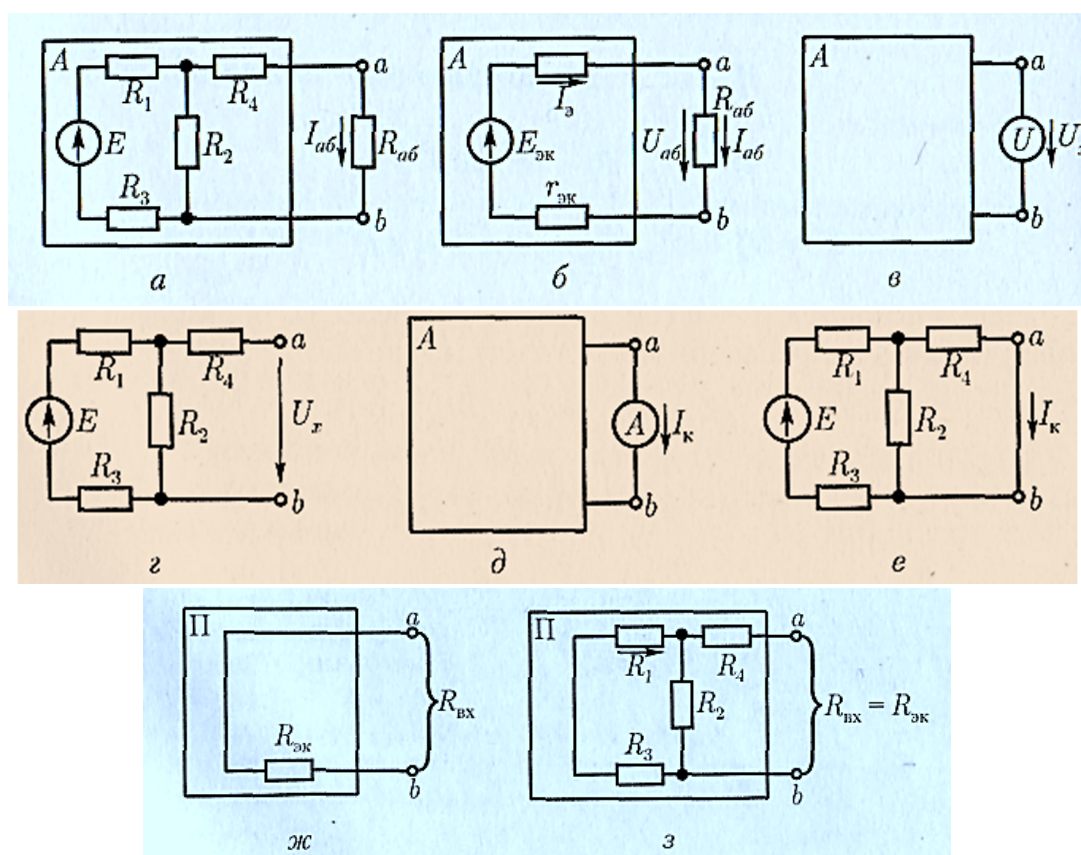


Рисунок 4.9, (а-з) – Заданные для расчета и преобразуемые в процессе расчёта электросхемы

Такой условный источник энергии называется **эквивалентным генератором** или активным двухполюсником (А). Если в части схемы, относящейся к двухполюснику, нет источников энергии, то двухполюсник называется пассивным (П).

Ток в исследуемой ветви можно найти в эквивалентной схеме (см. рис. 4.9, б) по известной формуле (2.xx):

$$I = \frac{E_{\text{ЭКВ}}}{R_{\text{ЭКВ}} + R_{\text{аб}}}$$

Таким образом, решение задачи по определению тока $I_{\text{аб}}$ сводится к определению ЭДС $E_{\text{ЭКВ}}$ эквивалентного генератора и его внутреннего сопротивления $R_{\text{ЭКВ}}$ которое называется также входным сопротивлением активного двухполюсника.

После определения $E_{\text{ЭКВ}}$ и $R_{\text{ЭКВ}}$ дальнейшее исследование режима работы ветви (аб) при изменении сопротивления $R_{\text{аб}}$ не требует громоздких вычислений, так как ЭДС $E_{\text{ЭКВ}}$ и внутреннее сопротивление $R_{\text{ЭКВ}}$ эквивалентного генератора не изменяются.

Ток в ветви определяют по указанной формуле для любого значения $R_{\text{аб}}$.

Определение ЭДС и внутреннего сопротивления эквивалентного генератора

Для определения этих величин рассмотрим два крайних режима эквивалентного генератора — режим холостого хода и режим короткого замыкания.

Отсоединим исследуемую ветвь $R_{\text{аб}}$ в точках *a* и *б* тогда эквивалентный генератор будет находиться в режиме холостого хода. Напряжение холостого хода U_{xx} его внешних зажимах *a* и *б* согласно схеме, представленной на рис. 4.9, б, равно эквивалентной ЭДС: $E_{\text{ЭКВ}}$

$$E_{\text{ЭКВ}} = U_{\text{xx}}$$

Напряжение холостого хода U_{xx} измерить (рис. 4.9, в) или определить с помощью расчета (рис. 4.9, з). Для рассматриваемой цепи

$$U_{\text{xx}} = IR_2 = \frac{ER_2}{R_1 + R_2 + R_3}$$

Сопротивление R_4 в расчет не вошло, так как при отключенном сопротивлении $R_{\text{аб}}$ ток в сопротивлении R_4 также равен нулю.

Сопротивление $R_{\text{ЭКВ}}$ эквивалентного генератора можно определить, используя режим короткого замыкания.

В режиме короткого замыкания эквивалентного генератора (см. рис. 4.9, д) ток короткого замыкания $I_{\text{к}}$ выражается отношением

$$I_{\text{к}} = \frac{E_{\text{ЭКВ}}}{R_{\text{ЭКВ}}}$$

Отсюда

$$R_{\text{ЭКВ}} = \frac{E_{\text{ЭКВ}}}{I_{\text{к}}} = \frac{U_{\text{xx}}}{I_{\text{к}}}$$

Для измерения тока $I_{\text{к}}$ можно применить схему, изображенную на рис. 4.9 д, если короткое замыкание между точками *a* и *б* реальной цепи не вызовет опасного увеличения токов в ее элементах. При наличии такой опасности нужно измерить ток $I_{\text{к}}$ нагрузки эквивалентного генератора и падение напряжения в нагрузочном сопротивлении $R_{\text{аб}}$ (см. рис. 4.9, б), а внутреннее $U_{\text{аб}}$ сопротивление

$$R_{\text{ЭКВ}} = \frac{E_{\text{ЭКВ}} - U_{\text{аб}}}{I_{\text{аб}}} = \frac{U_{\text{xx}} - U_{\text{аб}}}{I_{\text{аб}}}$$

Ток $I_{\text{к}}$ можно определить, применив один из известных методов расчета. Для рассматриваемого примера расчетная схема приведена на рис. 4.9, е.

Однако определение $I_{\text{к}}$ может оказаться громоздким, поэтому в сложных схемах $R_{\text{ЭКВ}}$ определяется как входное сопротивление пассивного двухполюсника между точками *a* и *б*. Для того чтобы получить расчетную схему для определения $R_{\text{ЭКВ}}$ нужно все ЭДС активного

двухполюсника принять равными нулю, замкнув накоротко точки цепи, к которым присоединены источники этих ЭДС. Тогда активный двухполюсник превращается в пассивный.

Справедливость этого приема следует из схемы, представленной на рис. 4.9, б;

При: $E_{\text{экв}} = 0$ сопротивление $R_{\text{экв}}$ является входным сопротивлением этой схемы. Таким образом, входное сопротивление пассивного двухполюсника $R_{\text{экв}}$ со стороны зажимов a и b (рис. 4.9, ж) определяет внутреннее сопротивление $r_{\text{экв}}$ эквивалентного генератора.

Равенство $E_{\text{экв}} = 0$ соответствует тому, что все ЭДС активного двухполюсника равны нулю, поэтому расчетная схема для определения $R_{\text{экв}}$ имеет вид, как на рис. 4.9, з.

Для этой схемы:

$$R_{\text{экв}} = \frac{(R_1 + R_3)R_2}{R_1 + R_3 + R_2} + R_4$$



Вопросы для самоконтроля

Какая электроцепь называется сложной?

По каким законам можно рассчитать сложную цепь?

Какие методы применяются при расчете сложных цепей?

Расскажите в чём заключаются методы расчета?

4.3 Нелинейные электрические цепи

4.3.1 Виды вольт-амперных характеристик нелинейных элементов

Широкое применение в системах автоматического управления и регулирования, различного рода электротехнических установках и приборах нашли нелинейные элементы.

Нелинейные элементы, это такие элементы, у которых зависимость между напряжением и током — вольт-амперная характеристика (ВАХ) — является нелинейной.

По виду графика ВАХ нелинейные элементы — НЭ, подразделяются следующим образом:

- симметричные (электрическая лампа накаливания) — рисунок 4.10, а;
- несимметричные (полупроводниковый диод) — рисунок 4.10, б;
- управляемые (транзистор) — рисунок 4.10, в.

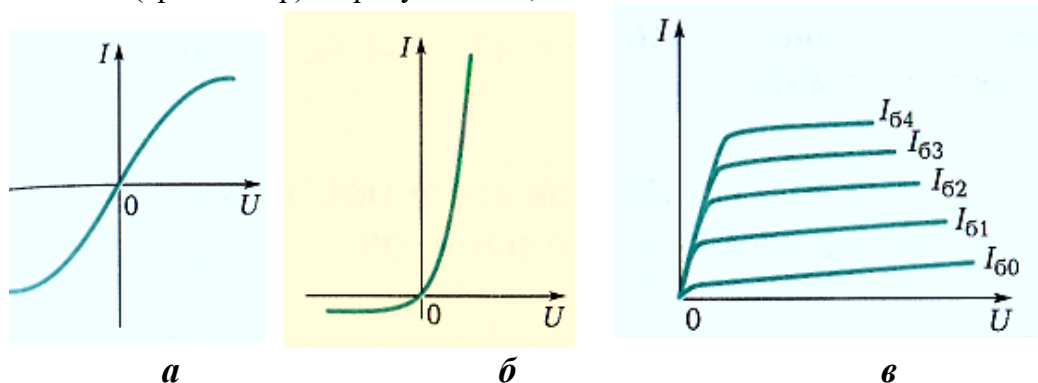


Рисунок 4.10. Виды вольт-амперной характеристики нелинейных элементов:
а — симметричная; б — несимметричная; в — управляемая

Нелинейность ВАХ лампы накаливания определяется зависимостью удельного электрического сопротивления материала нити ρ от температуры. В свою очередь температура нити накаливания зависит от силы тока I , протекающего по ней: $\rho = f(I)$

Так как сопротивление нити: $R = \rho \frac{l}{S}$, то оно также является функцией тока.

Для проводников удельное электрическое сопротивление увеличивается с увеличением температуры. Поскольку температура нити накаливания в рабочих условиях изменяется от 20 до 2500 °С, то при увеличении приложенного напряжения сопротивление лампы увеличивается.

4.3.2 Последовательное соединение нелинейных элементов

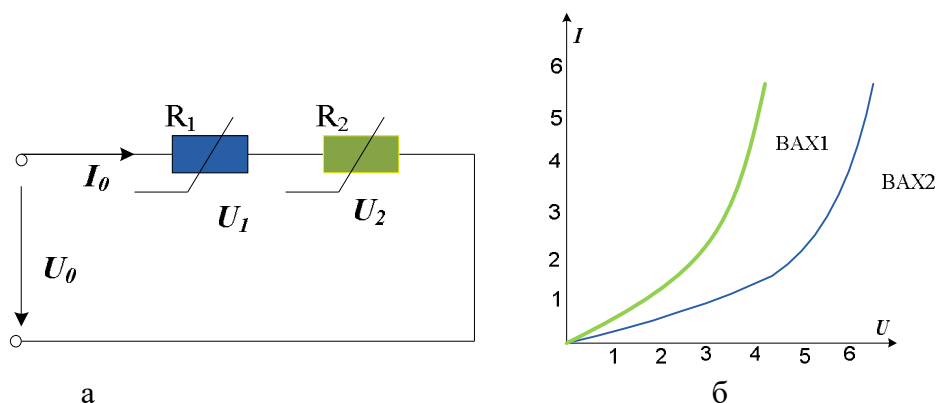


Рисунок 4.11 - Электрическая цепь с параллельным включением нелинейных элементов:

а — схема электрической цепи; б — ВАХ элементов;

К нелинейным электрическим цепям применимы основные законы электротехники. Однако при расчетах таких цепей удобно пользоваться графоаналитическим методом.

Суть его заключается в том, что по известным ВАХ элементов строятся ВАХ отдельных участков или всей цепи и далее по результирующей ВАХ определяются или токи в ветвях, или напряжения на элементах.

Задача 4.6

Решение

Для показанной на рисунке 4.11, а электрической цепи с *последовательным* соединением нелинейных элементов результирующая ВАХ $I(U)$ строится на основе второго закона Кирхгофа суммированием абсцисс точек ВАХ отдельных элементов при общем для них значении тока. При этом $U = U_1 + U_2$.

Построим таблицу результатов суммирования напряжений на элементах при протекании по ним одного и того же тока

Таблица 4.4 – Графоаналитический расчет ВАХ при последовательном соединении нелинейных элементов

I_0	0,5	1	1,5	2	2,5
U_1	1	1,7	2,5	3	3,5
U_2	1,8	3,3	4,5	5	5,7
U_0	2,8	5	7	8	9,2

Для полученной ВАХ $I(U)$ (рисунок 4,11 в) при любом значении напряжения на электрической цепи U_0 может быть определен ток I_0 и соответственно падения напряжений на нелинейных элементах U_{01} и U_{02} .

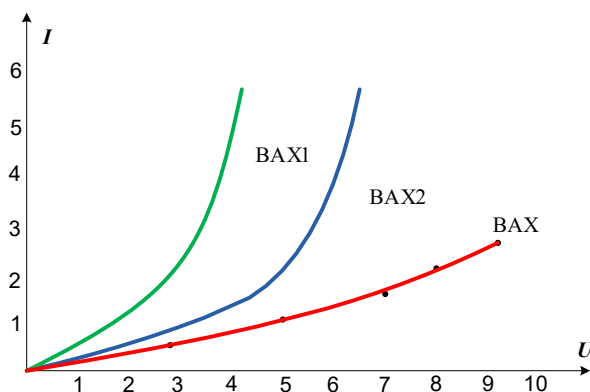


Рисунок 4.11в - Графоаналитический метод расчета ВАХ цепи с последовательным соединением элементов

4.3.3 Параллельное соединение нелинейных элементов

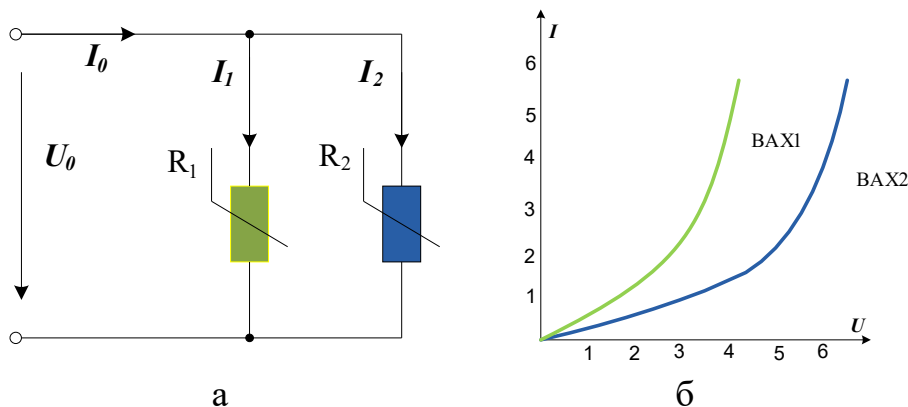


Рисунок 4.12 - Электрическая цепь с параллельным включением нелинейных элементов:
а — схема электрической цепи; б — ВАХ элементов;

Задача 4.7

Решение

При *параллельном* соединении нелинейных элементов напряжение на каждом из них одинаковое, поэтому результирующая ВАХ ($I(U)$) строится на основе первого закона Кирхгофа суммированием ординат точек ВАХ отдельных нелинейных элементов при общих для них значениях напряжения (рисунок 4.11, б). Построим таблицу для построения результирующего графика.

Таблица 4.5 – Графоаналитический расчет ВАХ при параллельном соединении нелинейных элементов

U_0	1	2	3	4
I_1	0,5	1,2	2,15	4,5
I_2	0,25	1,5	0,85	1,5
I_0	0,75	1,7	3	6

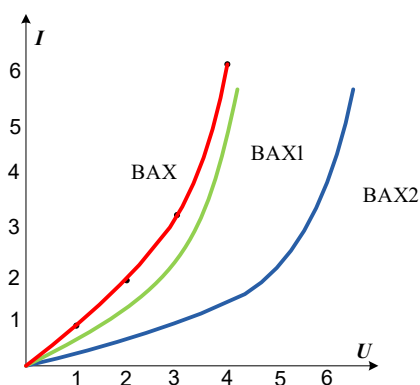


Рисунок 4.12в - Графоаналитический метод расчета ВАХ цепи с параллельным соединением элементов

На основе полученной результирующей ВАХ $I(U)$ при любом значении напряжения на электрической цепи может быть определен общий ток, потребляемый цепью, и токи в ветвях с нелинейными элементами.

4.3.4 Смешанное соединение нелинейных элементов

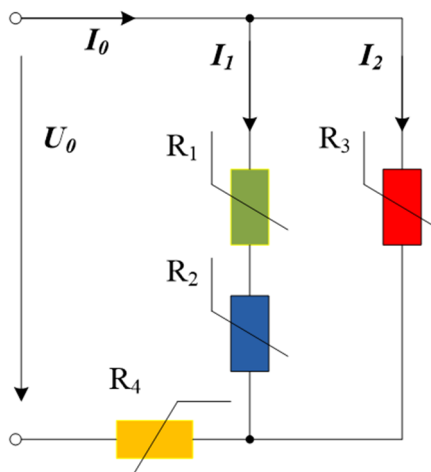


Рисунок 4.13 - Электрическая цепь со смешанным соединением нелинейных элементов

При *смешанном* соединении нелинейных элементов результирующая ВАХ строится в соответствии с приведенными ранее алгоритмами.

Так, для цепи показанной на рисунке 4.13, алгоритм имеет следующий вид:

- строится суммарная ВАХ' двух последовательно включенных нелинейных элементов R_1 и R_2 ;
- полученная суммарная ВАХ' складывается графически с ВАХ нелинейного элемента R_3 , включенного параллельно, в результате получается ВАХ'';
- Результирующая ВАХ для всей цепи определяется суммированием ВАХ'' с ВАХ для R_4

Упражнение 4

4.4 Подготовка к решению контрольной задачи

Проиллюстрируем полное решение примера по расчету сложной электрической цепи, аналогичную задаче контрольного задания.

Пусть задана сложная электрическая цепь в которой: две группы электроприемников, находящихся на различном удалении от генераторной установки.

Расчет сложной цепи постоянного тока.

Задача 4.8

Два генератора G_1 и G_2 (рис.1.4 а) с номинальными параметрами

$P_{H1}=24$ кВт, $U_{H1}=230$ В, $R_{Г1}=0,05$ Ом

$P_{H1}=15$ кВт, $U_{H1}=230$ В, $R_{Г1}=0,15$ Ом

работают параллельно на общую сеть с двумя сосредоточенными нагрузками. Одна из них H_1 состоит из 88 параллельно включенных электрических ламп мощностью каждая 100 Вт, а другая H_2 включает две электропечи, каждая мощностью 11 кВт. Номинальное напряжение всех электроприемников 220 В

Энергия от генераторов передается по двухпроводной линии, выполненной из меди и состоящей из двух участков: $Л_1$ протяженностью $l_1=130$ м и сечением провода $s_1=50$ мм², и $Л_2$ длиной $l_2=30$ м и сечением провода $s_2=35$ мм².

Требуется найти:

- 1) токораспределение в схеме;
- 2) фактические напряжения на зажимах генераторов, и электроприемников;
- 3) мощности, отдаваемые каждым из генераторов во внешнюю цепь, а также мощности, фактически потребляемые нагрузками;
- 4) потерю мощности в линии передачи.

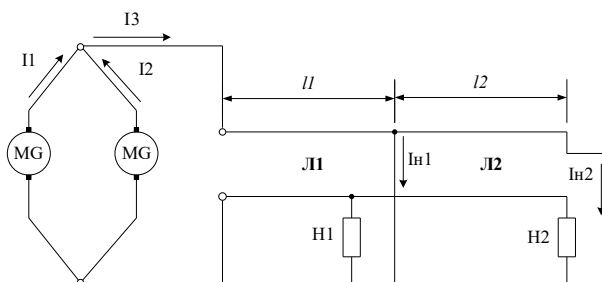


Рисунок 4.14 (а) Заданная цепь электроснабжения

Решение

I. Определение расчетных данных элементов схемы.

1. Номинальные токи нагрузок и ЭДС генераторов:

$$I_{Г1} = \frac{P_{Г1}}{U_H} = \frac{24 \cdot 10^3}{230} = 105 \text{ А}$$

$$E_{H1} = U_H + I_{H1} R_{Г1} = 230 + 105 \cdot 0,05 = 235,25 \text{ В}$$

$$I_{\Gamma 2} = \frac{P_{\Gamma 2}}{U_H} = \frac{15 \cdot 10^3}{230} = 65 \text{ A}$$

$$E_{H2} = U_H + I_{H2} R_{\Gamma 2} = 230 + 65 \cdot 0,15 = 239,75 \text{ В}$$

1. Сопротивления нагрузки:

$$R_{H1} = \frac{U^2}{\sum P_{\text{наг1}}} = \frac{220^2}{88 \cdot 100} = 5,5 \text{ Ом}$$

$$R_{H2} = \frac{U^2}{\sum P_{\text{наг2}}} = \frac{220^2}{2 \cdot 11 \cdot 10^3} = 5,5 \text{ Ом}$$

2. Сопротивления участков линии:

$$R_{\text{л1}} = 2\rho \frac{l_1}{s_1} = 2 \cdot 0,0175 \cdot \frac{130}{50} = 0,09 \text{ Ом}$$

$$R_{\text{л2}} = 2\rho \frac{l_2}{s_2} = 2 \cdot 0,0175 \cdot \frac{30}{35} = 0,03 \text{ Ом}$$

II Расчетная схема цепи и её упрощение.

Для электрической цепи изображенной на рис. 1.4 а. строится расчетная схема замещения рис 1.4 б. применяя метод свёртывания находим результирующее сопротивление внешней цепи $R_{\text{экв}} = R_3$ (рис. 1.4 в):

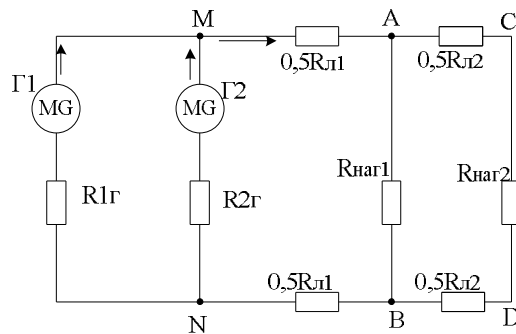


Рисунок 4.14 (б) - Схема замещения расчетной цепи

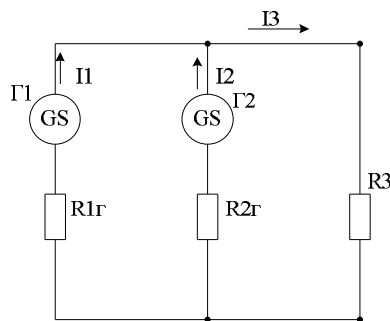


Рисунок 4.14 (в) - Схема замещения со свернутой схемой цепи нагрузки.

$$R_{12} = R_1 + R_2 = 0,03 + 2,2 = 2,23 \text{ Ом}$$

$$g_3 = \frac{1}{R_3} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_{H1}} = \frac{1}{2,23} + \frac{1}{5,5} = 0,63$$

$$R_3 = \frac{1}{0,63} = 1,59 \text{ Ом}$$

$$R_{\text{экв}} = R_{\text{вн}} = R_{\text{л1}} + R_3 = 1,68 \text{ Ом}$$

Наносим на упрощенной расчетной схеме (рис. 1.2 в) заданные направления э. д. с. E_1 и E_2 и условно принятые направления токов I_1 , I_2 и I_3 .

III Расчет токов.

Применяя метод узловых и контурных токов, построим систему уравнений по первому и второму законам Кирхгофа:

$$\begin{cases} I_1 + I_2 = I_3 \\ E_1 - E_2 = I_1 R_{r1} - I_2 R_{r2} \\ E_1 = I_1 R_{r1} + I_3 R_3 \end{cases} \quad \begin{cases} I_1 + I_2 = I_3 \\ 235,25 - 239,75 = I_1 \cdot 0,05 - I_2 \cdot 0,15 \\ 235,25 = I_1 \cdot 0,05 + I_3 \cdot 1,68 \end{cases}$$

Решая эту систему уравнений, находим

$$I_1 = 81 \text{ A}$$

$$I_2 = 138 \text{ A}$$

$$I_3 = 219 \text{ A}$$

IV Определение напряжений, токов, мощности и потерь в системе.

Потери генераторов:

$$\Delta U_{r1} = I_1 R_{r1} = 81 \cdot 0,05 = 4,05 \text{ В.}$$

$$\Delta U_{r2} = I_2 R_{r2} = 57 \cdot 0,15 = 8,55 \text{ В}$$

Фактическое напряжение на зажимах генераторов:

$$U_{r1} = E_1 - I_1 R_{r1} = 235,25 - 81 \cdot 0,05 = 231,2 \text{ В}$$

$$U_{r2} = E_2 - I_2 R_{r2} = 239,75 - 57 \cdot 0,15 = 231,2 \text{ В}$$

$$U_{r1} = U_{r2} = U_r$$

Фактическое напряжение на зажимах нагрузки H_1 (электроламп), т. е. в конце первого участка линии (между точками А и В)

$$U_{r1} = U_r - I_3 R_{л1} = 231,2 - 138 \cdot 0,09 = 218,8 \text{ В}$$

Токи, потребляемые нагрузками:

$$I_{нагр1} = \frac{U_{нагр1}}{R_{н1}} = \frac{218,8}{5,5} = 39,5 \text{ А}$$

$$I_{нагр2} = I_3 - I_{нагр1} = 138 - 39,5 = 98,5 \text{ А}$$

Фактическое напряжение на зажимах нагрузки H_2 (электропечей), т. е. в конце второго участка линии (между точками С и D)

$$U_{нагр2} = U_{нагр1} - I_{нагр2} R_{л2} = 218,8 - 98,5 \cdot 0,03 = 215,8$$

Мощности, отдаваемые генераторами во внешнюю цепь

$$P_2 = U_{r2} I_2 = 231,2 \cdot 57 \cdot 10^{-3} = 13,3 \text{ кВт}$$

$$P_1 = U_{r1} I_1 = 231,2 \cdot 81 \cdot 10^{-3} = 18,7 \text{ кВт}$$

Мощности, потребляемые нагрузками :

$$P_{нагр2} = U_{нагр2} I_{нагр2} = 215,8 \cdot 98,5 \cdot 10^{-3} = 21,3 \text{ кВт}$$

$$P_{нагр1} = U_{нагр1} I_{нагр1} = 218,8 \cdot 39,5 \cdot 10^{-3} = 8,7 \text{ кВт}$$

Потери мощности на участках линии:

$$\Delta P_{л2} = I_{нагр2}^2 R_{л2} = 98,5^2 \cdot 0,03 \cdot 10^{-3} = 0,3 \text{ кВт}$$

$$\Delta P_{л1} = I_3^2 R_{л1} = 138^2 \cdot 0,09 \cdot 10^{-3} = 1,7 \text{ кВт}$$

Баланс мощностей: $18,7 + 13,3 = 8,7 + 21,3 + 1,7 + 0,3$ (т. е. $32 \text{ кВт} = 32 \text{ кВт}$)



Вопросы для самоконтроля

Выполнить вторую задачу из 1 контрольной работы.